

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Радиоэлектроника»

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРОВ ДИСКРЕТИЗИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

Методические указания

Ростов-на-  
Дону ДГТУ

Составители: В.Н Трофименко

Исследование спектров дискретизированных сигналов. – Ростов-на-Дону:  
Дон-ской гос. техн. ун-т, – 8 с.

Приводятся методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» и практических занятий по дисциплине «Дискретные системы».

Предназначены для обучающихся направлений 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи и 11.03.01 Радиотехника.

УДК 62

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Радиоэлектроника» д-р физ.-мат.  
наук, доцент М.Ю. Звездина

---

В печать \_\_\_\_\_.\_\_\_\_.20\_\_\_\_ г.  
Формат 60×84/16. Объем \_\_\_\_ усл. п. л.  
Тираж \_\_\_\_ экз. Заказ № \_\_\_\_.

---

Издательский центр ДГТУ  
Адрес университета и полиграфического предприятия:  
344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный  
технический университет

## Цель работы

Приобретение навыков математического моделирования дискретизированных сигналов с использованием программы *Mathcad* и исследование свойств спектров дискретизированных сигналов.

## Содержание работы

1 Составление в языковой среде *Mathcad* программы для определения спектров конечных дискретизированных сигналов с использованием функций быстрого преобразования Фурье.

2 Вычисление спектров дискретизированных сигналов с добавленными нулевыми отсчетами.

3 Оценка получаемых результатов: выводы о структуре спектров дискретизированных сигналов, о линейности спектра, об изменении структуры спектра в результате добавления нулевых временных отсчетов в исходный сигнал.

## Программа подготовки к работе

1. Изучить теоретические положения, касающиеся спектров дискретизированных сигналов. Ознакомиться примером программы расчета спектра.
2. Уяснить цель и порядок проведения лабораторной работы.
3. Ознакомиться с расчетными соотношениями, провести их анализ.
4. Подготовиться к ответам на контрольные вопросы.
5. Подготовить бланк отчета по работе.

### 1. Задание на проведение исследования

1. Определить спектры дискретизированных сигналов  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$

$$S_1(t) = U_{1m} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_1} t\right), \quad S_2(t) = U_{2m} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_2} t\right), \quad S_3(t) = S_1(t) + S_2(t)$$

на заданном интервале длительности  $T_S$ , используя функцию *Mathcad* быстрого дискретного преобразования Фурье *fft*( ) (варианты заданий представлены в приложении).

2. Дополнить сигналы  $S_1$ ,  $S_2$  нулевыми отсчетами на учетверенном интервале  $\tau_2 = 4 \cdot T_S$ . Определить спектры полученных сигналов.

3. Сделать выводы и оформить отчет о работе.

4. Задания представлены в Приложении А. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы, если отдельно не оговаривается преподавателем.

### 2. Описание порядка работы

Работа выполняется в следующей последовательности.

1. Выбор периода дискретизации на основе теоремы Котельникова. Период дискретизации должен быть не больше половины периода сигнала с большей частотой (например,  $0.2T_{min}$ , где  $T_{min}$  – периода сигнала с большей частотой).

2. Изменение периода дискретизации для соответствия требованиям алгоритмов быстрого преобразования Фурье – для реализации алгоритма БПФ количество отсчетов должно равняться степени два – 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

3. Формирование графиков сигналов. На рисунке 1 представлен пример построения графика дискретизированного сигнала – отрезка косинусоиды длительностью 8 мсек с периодом 4мсек и амплитудой 3 В.

### 1. Построение графиков сигналов

Амплитуда сигнала  $A1 := 3$

Период сигнала  $T := 0.004$

$T2 := 0.3 \cdot T1$

Длительность сигналов

$$T_s := 2 \cdot T$$

$$T_s = 8 \times 10^{-3}$$

Период дискретизации сигналов

$$T_d := 0.2 \cdot T2$$

Количество отсчетов сигнала

$$N := \frac{T_s}{T_d}$$

$$N = 33.333$$

выбираем  $N_n := 64$

Новый период дискретизации сигналов

$$T_{dn} := \frac{T_s}{N_n}$$

$$T_{dn} = 1.25 \times 10^{-4}$$

Сигналы заданы формулами

$$s1(t) := A1 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi \cdot t}{T}\right)$$

$$s2(t) := A2 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi \cdot t}{T2}\right)$$

$$s3(t) := s1(t) + s2(t)$$

Задаем дискретную переменную

$$i := 0..N_n - 1$$

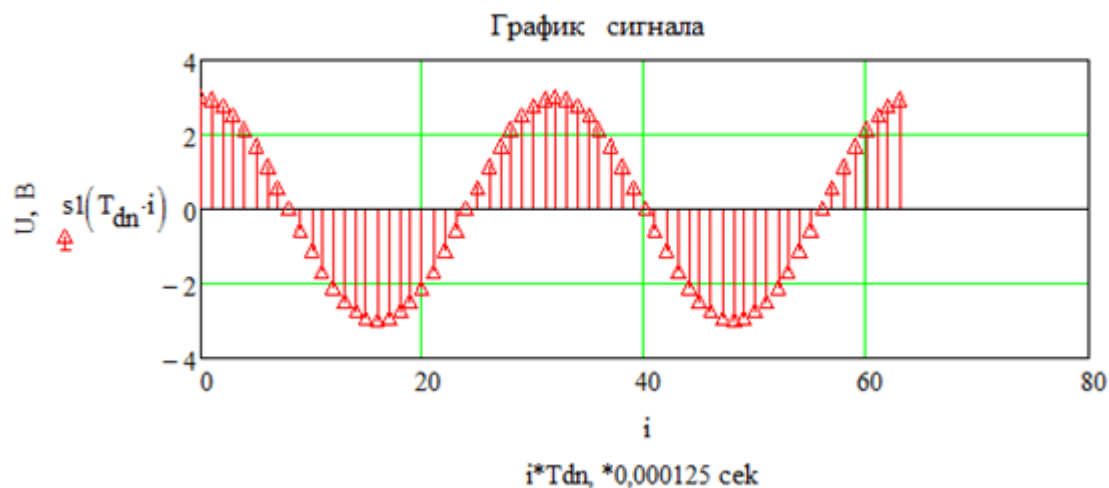


Рисунок 1 – Построение графика сигнала (*Mathcad*)

4. Определение спектров сигналов и формирование графиков. Пример определение спектра сигнала представлен на рисунке 2.

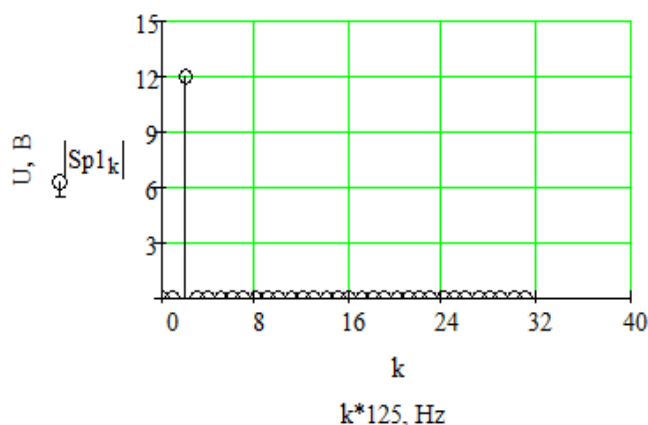
## 2. Определение спектров сигналов

Задаем сигнал 1 в виде вектора  $S1_i := s1(T_{dn} \cdot i)$

Выполняем ДПФ  $Sp1 := \text{fft}(S1)$

Определяем количество коэффициентов ДПФ

$N_s := \text{last}(Sp1)$      $N_s = 32$      $k := 0..N_s - 1$



Спектральные линии отстоят друг от друга на: [рад/сек]  $\omega_1 := \frac{2\pi}{T_s}$      $\omega_1 = 785.398$   
или в Гц

$$f_1 := \frac{1}{T_s} \quad f_1 = 125$$

$$\Omega_1 := \frac{\omega_1}{2\pi} \quad \Omega_1 = 125$$

Рисунок 2 – Построение графика спектра сигнала (Mathcad)

5. Добавление нулевых отсчетов к исходным сигналам и формирование графиков. Пример формирования сигнала с добавленными нулевыми отсчетами представлен на рисунке 3

## 3. Построение "удлиненного" сигнала

Дополним исходный сигнал нулями:

$$N_2 := 4 \cdot N_n \quad j := 0..N_n \quad X1_j := s1(T_{dn} \cdot j) \quad j := N_n..N_2 - 1 \quad X1_j := 0 \quad j := 0..N_2 - 1$$

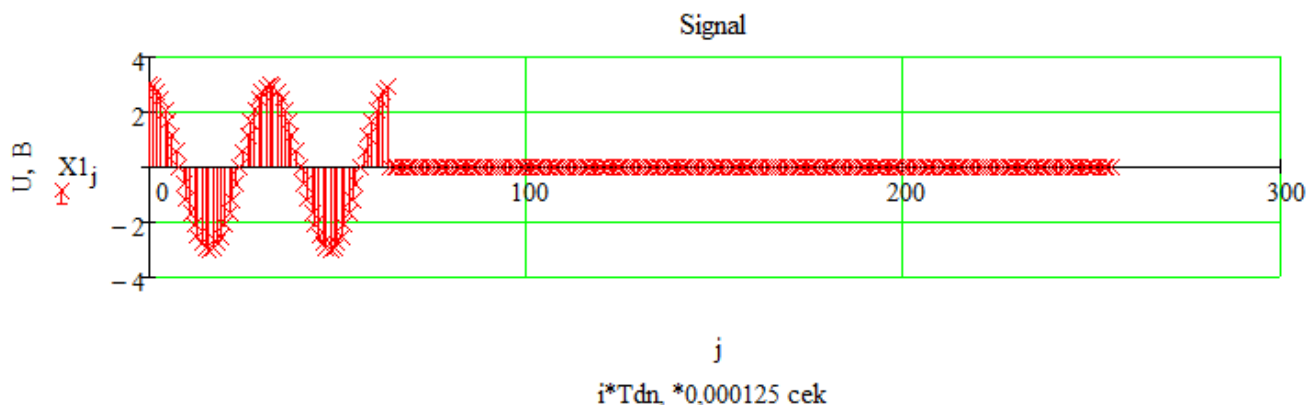
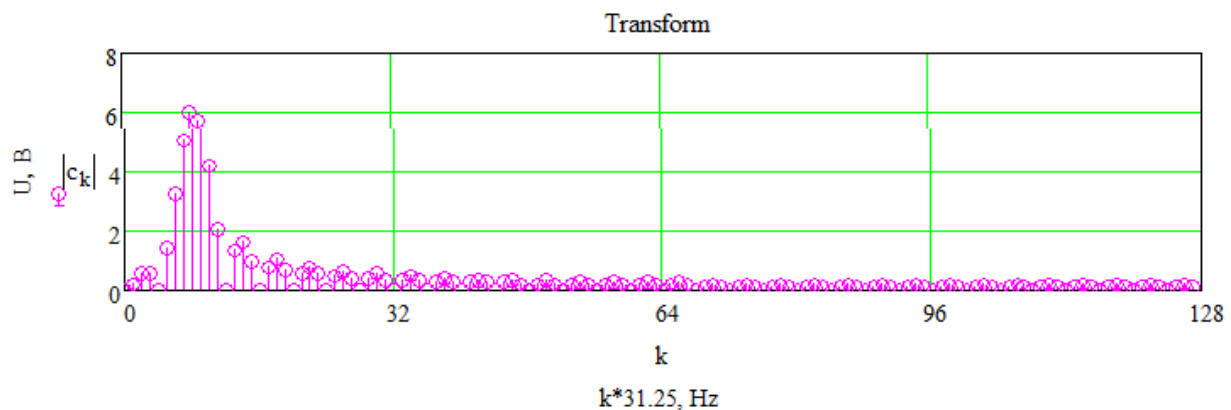


Рисунок 3 – Построение графика "удлиненного" сигнала (Mathcad)

6. Определение спектров сигнала с добавленными нулевыми отсчетами и формирование их графиков.

#### 4. Определение спектров "удлиненных" сигналов

Выполним преобразование Фурье:  $c := \text{fft}(X1)$   $N := \text{last}(c)$   $N = 128$   $k := 0..N - 1$



$$nT_s := T_{\text{dn}} \cdot N_2$$

Спектральные линии отстоят друг от друга на рад/сек

$$\omega_{1n} := \frac{2\pi}{nT_s} \quad \omega_{1n} = 196.35$$

или в Гц

$$\Omega_{1n} := \frac{\omega_{1n}}{2\pi} \quad \Omega_{1n} = 31.25$$

Рисунок 4 – Построение графика спектра "удлиненного" сигнала 1 (Mathcad)

#### Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе может быть выполнен как рукописный, так и с использованием вычислительной техники.

В отчете по контрольной работе должно быть отражено:

1. Задание (в приложении А).
2. В теоретической части представить основные свойства спектров дискретизированных сигналов [1].
3. Функции *Mathcad*, используемые для построения графиков исходных трех сигналов, а также сами графики (пример представлен на рисунке 1).
- Оси графиков должны быть обозначены соответствующими переменными и указаны единицы измерений этих переменных.
4. Графики спектров исходных трех сигналов, (пример представлен на рисунке 2).
5. Графики трех сигналов с добавленными нулевыми отсчетами (пример представлен на рисунке 3).
6. Графики спектров трех сигналов с добавленными нулевыми отсчетами (пример представлен на рисунке 4).
7. Выводы по работе.

### **Контрольные вопросы**

- 1) Как выбирается частота дискретизации?
- 2) Поясните структуру спектра дискретизированного сигнала?
- 3) Что такое частота Найквиста?
- 4) На какое значение частоты отстоят соседние линии спектра дискретного сигнала?
- 5) На какое значение частоты отстоят смежные копии лепестков в спектре дискретного сигнала?
- 6) В чем заключается явление алиасинга?

### **Список литературы**

1. Гадзиковский, В.И. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие. — Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2013. — 765 с. [Электронный ресурс]: режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26929.html>.
2. Воскобойников, Ю.Е., Задорожный, А.Ф. Решение инженерных задач в пакете MathCAD: учебное пособие. Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), 2013. — 121 с. [Электронный ресурс]: режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68838.html>.

# **ПРИЛОЖЕНИЕ А** **Варианты задания к лабораторной работе**

Таблица А – Варианты заданий

№ вар	Амплитуда сиг- нала 1 $U_{1m}$ , В	Период сиг- нала 1 $T_1$ , с	Амплитуда сиг- нала 2 $U_{2m}$ , В	Период сиг- нала 2 $T_2$ , с	Длительность сигналов $T_s$ , с
1.	1	$1 \cdot 10^{-3}$	1	$0,1 \cdot T_1$	$T_1$
2.	2	$2 \cdot 10^{-3}$	1,5	$0,2 \cdot T_1$	$1,5 \cdot T_1$
3.	3	$4 \cdot 10^{-3}$	2	$0,3 \cdot T_1$	$2 \cdot T_1$
4.	1	$8 \cdot 10^{-3}$	2,5	$0,4 \cdot T_1$	$2,0 \cdot T_1$
5.	2	$10^{-2}$	3	$0,5 \cdot T_1$	$2,5 \cdot T_1$
6.	3	$1 \cdot 10^{-4}$	1	$0,6 \cdot T_1$	$T_1$
7.	1	$2 \cdot 10^{-4}$	1,5	$0,7 \cdot T_1$	$1,5 \cdot T_1$
8.	2	$4 \cdot 10^{-4}$	2	$0,8 \cdot T_1$	$2 \cdot T_1$
9.	3	$8 \cdot 10^{-4}$	2,5	$0,1 \cdot T_1$	$2,0 \cdot T_1$
10.	1	$1 \cdot 10^{-3}$	3	$0,2 \cdot T_1$	$2,5 \cdot T_1$
11.	2	$2 \cdot 10^{-3}$	1	$0,3 \cdot T_1$	$T_1$
12.	3	$4 \cdot 10^{-3}$	1,5	$0,4 \cdot T_1$	$1,5 \cdot T_1$
13.	1	$8 \cdot 10^{-3}$	2	$0,5 \cdot T_1$	$2 \cdot T_1$
14.	2	$10^{-2}$	2,5	$0,6 \cdot T_1$	$2,0 \cdot T_1$
15.	3	$1 \cdot 10^{-4}$	3	$0,7 \cdot T_1$	$2,5 \cdot T_1$
16.	1	$2 \cdot 10^{-4}$	1	$0,8 \cdot T_1$	$T_1$
17.	2	$4 \cdot 10^{-4}$	1,5	$0,1 \cdot T_1$	$1,5 \cdot T_1$
18.	3	$8 \cdot 10^{-4}$	2	$0,2 \cdot T_1$	$2 \cdot T_1$
19.	1	$1 \cdot 10^{-3}$	2,5	$0,3 \cdot T_1$	$2,0 \cdot T_1$
20.	2	$2 \cdot 10^{-3}$	3	$0,4 \cdot T_1$	$2,5 \cdot T_1$
21.	3	$4 \cdot 10^{-3}$	1	$0,5 \cdot T_1$	$T_1$
22.	1	$8 \cdot 10^{-3}$	1,5	$0,6 \cdot T_1$	$1,5 \cdot T_1$
23.	2	$10^{-2}$	2	$0,7 \cdot T_1$	$2 \cdot T_1$
24.	3	$1 \cdot 10^{-4}$	2,5	$0,8 \cdot T_1$	$2,0 \cdot T_1$
25.	1	$2 \cdot 10^{-4}$	3	$0,1 \cdot T_1$	$2,5 \cdot T_1$
26.	2	$4 \cdot 10^{-4}$	1	$0,2 \cdot T_1$	$T_1$
27.	3	$8 \cdot 10^{-4}$	1,5	$0,3 \cdot T_1$	$1,5 \cdot T_1$